

УДК 621.391.8

© 2024 г. В.Г. Бабиков, А.А. Галяев

ДИАГРАММЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ И СПЕКТРАЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ¹

Представлено исследование диаграмм статистической и спектральной сложности, которые играют важную роль в решении задач обнаружения слабых сигналов, их классификации. Сформулированы и доказаны леммы об оценке верхней и нижней границ на диаграммах статистической и спектральной сложности для различных сигнально-шумовых смесей. Полученные теоретические результаты верифицированы численными экспериментами, которые подтвердили эффективность теоретических оценок.

Ключевые слова: информационная энтропия, дискретное преобразование Фурье, спектральный дисбаланс, спектральная сложность.

DOI: 10.31857/S0555292324020037, **EDN:** UEEMFS

§ 1. Введение

Множество прикладных задач физики и техники, биологии и медицины связано с обнаружением слабых сигналов, детектируемых на фоне естественного шума [1–3]. Классические способы решения задачи обнаружения затрагивают в том числе вопросы классификации и используют дополнительную информацию о свойствах сигнала, а сама задача обнаружения требует различных подходов для формирования решения в трех основных случаях: шумы незначительно повреждают структуру искомого детерминированного сигнала, шумы и сигнал сравнимы по энергетике, шум значительно подавляет сигнал [1]. Так, решение задачи оптимальной фильтрации требует знания свойств сигнала: периодичности, полосы частот и др. [4]. Решение задачи различения двух гипотез опирается на лемму Неймана – Пирсона, определяет факт превышения оптимального порога при заданной вероятности ложной тревоги и требует оценки статистических свойств выборочных распределений шума и смеси сигнала и шума [5]. Решение задачи о разладке, т.е. задачи обнаружения спонтанного изменения вероятностных характеристик временного процесса, требует настройки алгоритма на изменение неизвестных статистических характеристик распределений шума и смеси сигнала и шума, так же как в задаче поиска аномалий [6]. Все перечисленные способы демонстрируют качественную и надежную работу при превышении сигнала над шумом, но при малых отношениях сигнал/шум или в тяжелой помеховой обстановке зачастую дают неверный ответ. Дополнительную сложность составляет тот факт, что зачастую требуется иметь возможность указывать наличие детерминированных сигналов как хаотического, так и регулярного происхождения, свойства которых при накоплении сигнала отличаются от свойств шума.

В монографии [7] констатируется, что в непараметрическом случае ни вид функции распределения вероятностей наблюдаемых данных, ни априорные плотности распределения вероятностей не известны. Обычный путь преодоления априорной

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-19-00134).

неопределенности состоит в поиске статистик (т.е. некоторых функций исходной выборки), не зависящих от распределения вероятностей помехи в достаточно широких пределах.

Задача обнаружения сигнала традиционно сводится к задаче различения двух гипотез. Одна гипотеза связана с принятием решения о приеме только шума, другая – о приеме смеси полезного сигнала и шума. В качестве функции распределения статистики, отвечающей гипотезе о приеме только шума, можно использовать различные известные спектральные распределения, и на их основе формировать критерий для вторичной обработки. В свою очередь, в качестве функции распределения статистики, отвечающей гипотезе о приеме смеси полезного сигнала и шума, используются упорядоченные спектральные распределения $p = \{p_i\}$, $i = 1, \dots, N$. Это подробно излагается в работе [8].

Ранние работы [2, 9], посвященные критерию статистической сложности на основе дивергенции Йенсена – Шеннона, показывали его эффективность при использовании в прикладных задачах по обнаружению хаотических сигналов в шуме. Затем в работах [10, 11] было установлено, что одним из лучших критериев для задачи обнаружения слабого сигнала в белом шуме является статистическая сложность на основе полной вариации меры со знаком:

$$C_{TV}(p) = -\frac{1}{4 \ln N} \left(\sum_{i=1}^N p_i \ln p_i \right) \left(\sum_{i=1}^N \left| p_i - \frac{1}{N} \right| \right)^2.$$

Дополнительно к уже известным информационным характеристикам следует добавить к исследованию свойств так называемый спектральный дисбаланс D_S , вычисляемый относительно упорядоченного спектра p_i , $i = 1, \dots, N$, одного окна наблюдения, и спектральную сложность C_S [12] на его основе:

$$D_S(p) = \frac{1}{4} \left(\sum_{k=1}^N \left| p_k + \frac{1}{N \cdot K_N} \ln \frac{k}{N+1} \right| \right)^2,$$

$$C_S(p) = -\frac{1}{4 \ln N} \left(\sum_{k=1}^N p_k \ln p_k \right) \left(\sum_{k=1}^N \left| p_k + \frac{1}{N \cdot K_N} \ln \frac{k}{N+1} \right| \right)^2,$$

где K_N – нормировочный множитель, близкий к единице и зависящий от N .

В задачах обнаружения требуется на основе информационных характеристик определить пороги, или, другими словами, значения информационных характеристик, которые свидетельствуют о наличии сигнала в шуме. В свою очередь, классификация сигналов может быть осуществлена на основании набора значений информационных характеристик. При этом необходимо учитывать, что информационные характеристики являются чувствительными к типу шума. Следовательно, до решения задачи классификации сигналов требуется исследовать диапазоны изменения информационных критериев C_{TV} , C_S при приеме разнообразных сигналов и различных сигнально-шумовых смесей [11–13]. Стоит отметить, что при исследовании информационных критериев в настоящей статье анонсируется и используется взаимно-однозначное соответствие между значениями информационных характеристик с одной стороны и дискретностью (под дискретностью понимается количество частот в сигнале) и энергией сигнала (энергетическая доля сигнала в сигнально-шумовой смеси) с другой стороны. Это дает возможность по-новому взглянуть на метод информационных диаграмм.

Статья имеет следующую структуру. В § 2 вводится понятие определенного вида сигналов, исследуется область значений статистической и спектральной сложности при примешивании к белому шуму этого типа сигналов различной энергии.

Далее, §3 посвящен анализу отдельных областей диаграмм сложностей для слабых и шумоподобных сигналов, а также анализу области расположения голубого шума. В заключении приводятся основные выводы и направления будущих исследований.

§ 2. Область значений информационных характеристик на диаграммах

Начнем с того, что отметим нечувствительность информационных характеристик, таких как энтропия, дисбаланс и сложность, вычисленных относительно равномерного распределения, к перестановке отсчетов спектра. Поэтому, чтобы определить область значений информационных характеристик, исследуем их свойства для различных упорядоченных спектральных распределений p_i , $i = 1, \dots, N$, одного окна наблюдения.

Проблема 1. *Оценить верхнюю и нижнюю границы C_{TV} .*

Определение 1. Сигнал, который состоит из d синусоидальных сигналов равной амплитуды, будем называть d -сигналом, а отдельные частоты этого сигнала будем называть дискретами.

Определение 2. Энергетической долей q сигнала будем называть отношение энергии сигнала к сумме энергий сигнала и шума в сигнально-шумовой смеси, и соответственно, $1 - q$ означает энергетическую долю шума.

Отношение сигнал/шум определим как

$$\text{SNR} = 10 \lg \left(\frac{q}{1 - q} \right).$$

Сигналы при отсутствии шума, когда $q = 1$, будем называть “чистыми”.

Здесь и далее будем предполагать, что частоты d -дискрет ω_d и размер окна T , где окном будем называть временной интервал сигнала, для которого производится дискретное преобразование Фурье (ДПФ), таковы, что выполняется условие $\forall \omega_d : 2\pi\omega_d T = r_d$, где $r_d \in \mathbb{N}$, $r_d < N/2$. Стоит сказать, что в результате такого предположения накладываются существенные ограничения на значения частот ω_d , но на практике это необходимо, чтобы в спектре d -сигнала, полученного посредством ДПФ, присутствовало d частот одинаковой амплитуды.

Введем два понятия: *диаграмма статистической сложности* и *диаграмма спектральной сложности*. Эти диаграммы строятся следующим образом: информационная энтропия отмечается по оси абсцисс, статистическая (спектральная) сложность – по оси ординат. В тексте данной статьи диаграмма статистической сложности обозначается через (S, C_{TV}) , и соответственно, диаграмма спектральной сложности – через (S, C_S) . При этом явную зависимость от распределения p будем опускать.

Предложение 1. *Множество значений статистической сложности $C_{TV}^{(\max)}$ как функции информационной энтропии S для “чистых” d -сигналов является верхней границей множества значений на диаграмме статистической сложности (S, C_{TV}) для всех возможных сигнально-шумовых смесей.*

Это предложение доказано в следующей лемме [11, лемма 4]:

Лемма 1. *Максимум статистической сложности достигается на семействе распределений*

$$\begin{cases} p_i = \frac{1 - p_{\max}}{K}, & \forall i = 1, \dots, K, \\ p_i = \frac{p_{\max}}{N - K}, & \forall i = K + 1, \dots, N, \end{cases} \quad (1)$$

где K , p_{\max} – константы при фиксированном N .

Лемма 2 (о верхней и нижней границах C_{TV}). Верхняя граница статистической сложности $C_{TV}^{(\max)}$ d -сигнала определяется следующим соотношением:

$$C_{TV}^{(\max)} = S \cdot (1 - N^{S-1})^2. \quad (2)$$

Нижняя граница статистической сложности $C_{TV}^{(\min)}$ как функции от информационной энтропии S ,

$$S = -\frac{\ln(q^q(1-q)^{1-q}(N-1)^{q-1})}{\ln N}, \quad (3)$$

определяется следующим образом:

$$C_{TV}^{(\min)} = S \left(q - \frac{1}{N} \right)^2, \quad (4)$$

где q – энергия d -сигнала (состоящего из одной дискреты) в нормированном энергетическом спектре сигнально-шумовой смеси.

Доказательство представлено в работе [8]. ▲

Замечание 1. Как следствие оценки верхней границы получаем, что максимум функции $C_{TV}^{(\max)} \approx 0,567$ достигается при значении энтропии $S \approx 0,681$ и значении $d = 180$ ($N = 2048$). Оценка максимума верхней границы в случае $N = 2048$ совпадает с результатом в [11].

Замечание 2. Что касается нижней границы, то максимум функции $C_{TV}^{(\min)} \approx 0,186$ достигается при значении энтропии $S \approx 0,386$ и $q \approx 0,695$ ($N = 2048$).

Замечание 3. Выражение (3) для энтропии хорошо аппроксимируется полиномом второй степени. Для $N = 2048$ получаем следующее выражение ($R^2 = 0,999$):

$$S = 1 - 0,618 \cdot q - 0,382 \cdot q^2.$$

Замечание 4. Следующий полином с высокой точностью аппроксимирует зависимость минимальной границы $C_{TV}^{(\min)}$ от энтропии S ($R^2 = 0,9999$, $N = 2048$):

$$C_{TV} = 0,7345 \cdot S^4 - 0,607 \cdot S^3 - 1,079 \cdot S^2 + 0,9514 \cdot S.$$

На рис. 1 представлена графическая иллюстрация оценок верхней и нижней границы статистической сложности на диаграмме (S, C_{TV}) в зависимости от размера ряда N энергетического спектра сигнально-шумовой смеси.

Теперь перейдем к исследованию критерия C_S .

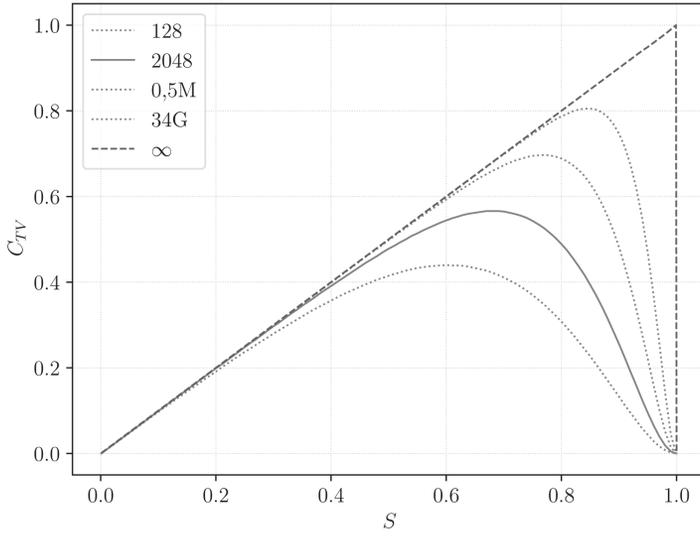
Проблема 2. Оценить верхнюю и нижнюю границы C_S .

Лемма 3 (о верхней и нижней границах C_S). Верхняя граница спектральной сложности $C_S^{(\max)}$ как функции от информационной энтропии S определяется следующим соотношением ($N = 2048$):

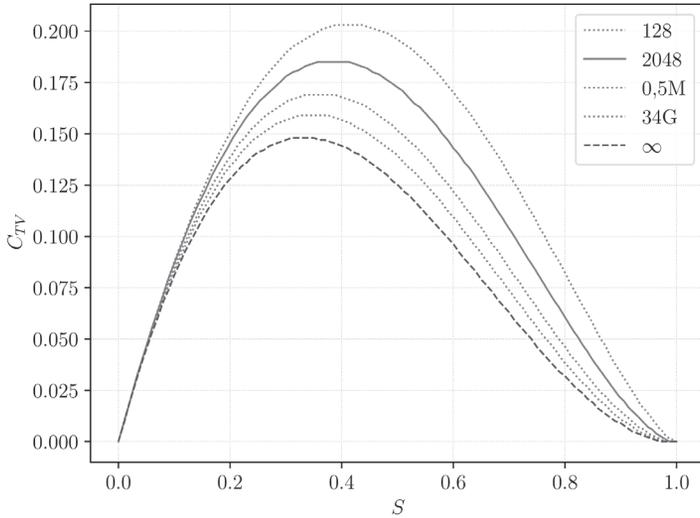
$$C_s^{(\max)} = 11,244 \cdot S^5 - 21,323 \cdot S^4 + 11,714 \cdot S^3 - 2,687 \cdot S^2 + 1,1868 \cdot S, \\ R^2 = 0,999.$$

Нижняя граница спектральной сложности $C_S^{(\min)}$ определяется следующей параметрической зависимостью:

$$S = S_0 \cdot (1 - q) - \frac{\ln(q^q(1-q)^{1-q})}{\ln N}. \quad (5)$$



(a) $C_{TV}^{(\max)}$



(б) $C_{TV}^{(\min)}$

Рис. 1. Зависимость верхней и нижней границы статистической сложности на диаграмме в зависимости от размера ряда N

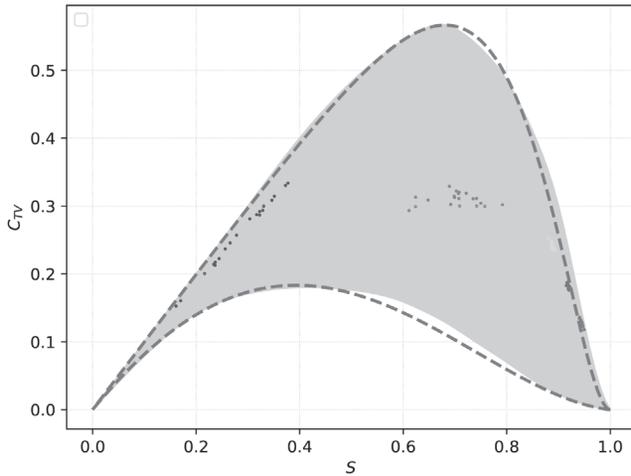
$$\text{где } S_0 \approx 0,9446 \left(S_0 \approx 1 + \frac{\gamma - 1}{\ln N}, N = 2048 \right),$$

$$D_S = \left(q + \frac{1+q}{2N \cdot K_N} (\ln(N+1) + 1) \right)^2,$$

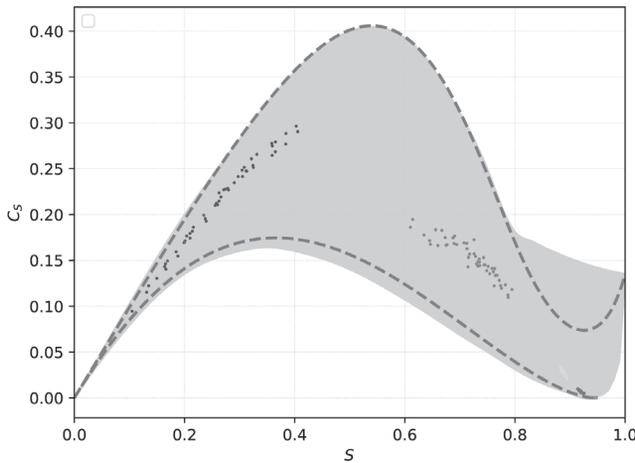
$$\text{где } K_N \approx 0,99818 \text{ (при } N = 2048),$$

$$C_S = S \cdot D_S.$$

Доказательство представлено в работе [8]. ▲



(a) Диаграмма (S, C_{TV})



(б) Диаграмма (S, C_S)

Рис. 2. Границы областей на диаграммах информационной сложности (пунктирная линия – иллюстрация леммы 2 и леммы 3, закрашенная область – численный эксперимент, перечисление слева направо: области коричневого, розового, фиолетового, голубого и белого шумов обозначены точками, $N = 2048$)

Таким образом, аналитически доказано и проиллюстрировано на рис. 2, что множество чистых d -сигналов дает оценку верхней границы области возможных значений на информационных диаграммах, а множество вариантов сигнально-шумовой смеси одиночной дискретности и δ -функции дает оценку нижней границы возможных значений на диаграмме статистической сложности, и наконец, множество вариантов сигнально-шумовой смеси одиночной дискретности и белого шума дает оценку нижней границы возможных значений на диаграмме спектральной сложности.

§ 3. Слабые сигналы, шумоподобные сигналы и характерные шумы

Рассмотрим область слабых сигналов и шумоподобных сигналов на диаграмме статистической сложности. Оказывается, что даже “чистые” шумоподобные сигнала

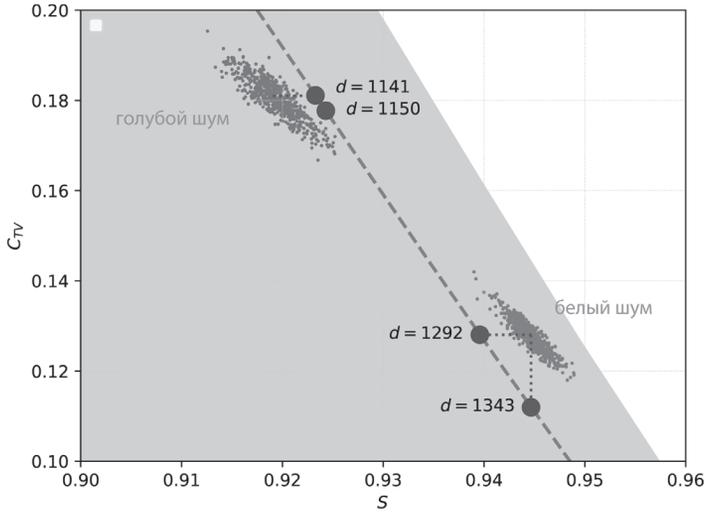


Рис. 3. Относительное расположение линии d -сигналов, белого и голубого шумов на диаграмме статистической сложности

лы (при больших значениях d) могут быть слабо различимы от белого или голубого шума на диаграмме (S, C_{TV}) (см. рис. 3). Далее сформулируем и докажем ряд лемм, связанных с расположением шумоподобных сигналов на информационных диаграммах, подробнее разберем случай, когда размер ряда $N = 2048$.

В целях решения задач обнаружения и классификации очень важно иметь представление о том, как ведет себя энтропия и статистическая сложность слабых и шумоподобных сигналов в окрестности белого шума. Известно [12], что для оценки математического ожидания информационной энтропии белого шума можно воспользоваться следующим выражением: $S_0 = 1 + \frac{\gamma - 1}{\ln N}$, а оценку математического ожидания статистической сложности белого шума соответственно можно получить так: $C_{TV} = \frac{S_0}{e^2}$ (эти оценки справедливы для больших N).

Замечание 5. Если информационная энтропия “чистого” шумоподобного сигнала равна математическому ожиданию энтропии белого шума, то выражение N^{S-1} не зависит от размера ряда N ($N^{S-1} = e^{\gamma-1} \approx 0,655734\dots$).

Действительно, обозначим $\nu = e^{\gamma-1} \approx 0,655734\dots$, где γ – константа Эйлера – Маскерони ($\gamma^2 \approx \frac{1}{3}$). Тогда (согласно [12]) в окрестности белого шума имеем

$$N^{S-1} = N^{1 + \frac{\gamma-1}{\ln N} - 1} = (N^{\frac{1}{\ln N}})^{\gamma-1} = \exp(\gamma - 1) = \nu.$$

Рассмотрим смесь слабого d -сигнала и белого шума. Понятно, что положение такой смеси на диаграмме статистической сложности (S, C_{TV}) будет близким к области белого шума, но при этом имеет значение, в каком направлении от области белого шума находится точка, обозначающая положение рассматриваемой смеси на этой диаграмме. Множество возможных таких направлений образует некоторый угол на диаграмме статистической сложности вблизи области белого шума, и для решения задачи классификации слабых сигналов важна величина этого угла, конкретнее, разница максимального и минимального углов (рассматриваются углы между направлением до положения смеси d -сигнала и белого шума от положения белого шума и осью абсцисс) для d -сигналов на диаграмме (S, C_{TV}) , когда количество дискрет d

меняется от 1 до 1024 (или $N/2$) в области слабых сигналов (при $N = 2048$). Установим зависимость угла для $d = 1$ от N (минимальный угол) и зависимость угла для сигналов с большим количеством дискрет от N (максимальный угол).

Замечание 6 (оценка угла касательной для верхней границы). Тангенс угла наклона касательной к “чистому” d -сигналу на диаграмме статистической сложности (S, C_{TV}) в окрестности белого шума (а именно, когда $S_0 = 1 + \frac{\gamma-1}{\ln N}$) равен

$$\left. \frac{\delta C_{TV}^{(\max)}}{\delta S} \right|_{S_0, N} = (1 - \nu)^2 - 2\nu(1 - \nu) \ln(\nu N).$$

Замечание 7. Тангенс угла наклона касательной к “чистому” d -сигналу на диаграмме статистической сложности (S, C_{TV}) в окрестности белого шума при удвоении N меняется на величину $-2\nu(1 - \nu) \ln 2 \approx -0,31295 \dots$

Действительно, тангенс угла наклона касательной к “чистому” d -сигналу оценим по производной функции $C_{TV}^{(\max)}$ по S в окрестности точки $S_0 = 1 + \frac{\gamma-1}{\ln N}$.

Согласно лемме 2 и формуле (2) имеем

$$\left. \frac{\delta C_{TV}^{(\max)}}{\delta S} \right|_{S_0, N} = (1 - N^{S-1})(1 - (1 + 2S \ln N)N^{S-1}) = (1 - \nu)^2 - 2\nu(1 - \nu) \ln(\nu N).$$

Для $N = 2048$ получим следующее значение:

$$\left. \frac{\delta C_{TV}^{(\max)}}{\delta S} \right|_{S_0, N=2048} \approx -3,14,$$

что соответствует $72,3^\circ$.

Если сравнить тангенсы углов наклона касательной для $2N$ и N , то получим

$$\left. \frac{\delta C_{TV}^{(\max)}}{\delta S} \right|_{S_0, 2N} - \left. \frac{\delta C_{TV}^{(\max)}}{\delta S} \right|_{S_0, N} = -2\nu(1 - \nu) \ln 2 = -0,31295 \dots$$

Лемма 4 (окрестность белого шума для d -сигналов). *Если информационная энтропия равна математическому ожиданию энтропии белого шума, то для “чистых” d -сигналов (много дискрет) значение дисбаланса $D_{TV} = (1 - \nu)^2$ не зависит от размера ряда энергетического спектра N .*

Доказательство напрямую следует из (2) и леммы 2. \blacktriangle

Замечание 8. В окрестности белого шума для d -сигнала справедливо следующее:

$$C_{TV}^{(\max)} = (1 - \nu)^2 S \quad (\text{для } N = 2048, C_{TV}^{(\max)} = 0,1185S).$$

Замечание 9. Количество дискрет в “чистом” d -сигнале в окрестности белого шума (а именно, когда $S_0 = 1 + \frac{\gamma-1}{\ln N}$) определяется следующим соотношением:

$$d = N \exp(\gamma - 1) = \nu N \approx 0,656N \quad (\text{для } N = 2048, d = 1343).$$

Замечание 10. В окрестности белого шума значение статистической сложности для d -сигнала равно

$$C_{TV} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{\ln N}\right) (1 - \nu)^2,$$

отклонение от математического ожидания статистической сложности белого шума составляет

$$\Delta C_{TV} = \left(\frac{1}{e^2} - (1 - \nu)^2 \right) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\ln N} \right).$$

При этом для $N = 2048$

$$C_{TV} \Big|_{d=1343, N=2048} = 0,11288,$$

а отклонение от статистической сложности белого шума, соответственно,

$$\Delta C_{TV} \Big|_{d=1343, N=2048} = -0,01555$$

(именно при $d = 1343$ в d -сигнале достигается уровень информационной энтропии, равный энтропии белого шума).

Значение статистической сложности, равное математическому ожиданию статистической сложности белого шума, достигается при энтропии

$$S = 1 + \frac{\gamma - 1}{\ln N} + \frac{\frac{1}{\ln N}(e^{-2}(1 - \nu)^{-2} - 1)}{\frac{1}{\ln(\nu N)} - \frac{2\nu}{1 - \nu}}.$$

Для $N = 2048$ получаем, что $S = 0,93965$, $d = 1292$ (именно при таком количестве дискрет в d -сигнале достигается уровень статистической сложности, равный C_{TV} , белого шума), а отклонение от энтропии белого шума

$$\Delta S \Big|_{d=1292, N=2048} = -0,00496,$$

как показано на рис. 3.

Стоит сказать, что линия “чистых” d -сигналов также проходит около “зоны” голубого (морского) шума. Для справки при $N = 2048$, среднее значение энтропии для голубого шума $S = 0,91905$, а значение статистической сложности $C_{TV} = 0,18095$ соответствует d -сигналу при $d = 1141$. Частично “обелив” морской шум, можно “положить” его на d -линию, или, другими словами, существует такая смесь голубого (морского) и белого шумов, которая неотличима от чистого шумоподобного d -сигнала на диаграмме статистической сложности (информационные характеристики S, C_{TV} полностью совпадают). Отметим также, что уровни информационной энтропии и статистической сложности шумоподобного d -сигнала (при значениях $d = N \exp(-\gamma) = 1150$) очень близки к математическим ожиданиям информационной энтропии и статистической сложности для голубого шума (рис. 3).

Далее исследуем значения угла направления положения на диаграмме статистической сложности сигнально-шумовой смеси одиночной дискретности и белого шума по отношению к положению только белого шума. Для слабых сигналов, когда $q \approx 0,015 \dots$ (рассматриваем такие слабые сигналы, которые удается обнаружить, т.е. при значениях SNR около -18 дБ), получаем оценку для S и D_{TV} (подставляя значения для q в формулу 4).

Для того чтобы найти угол, под которым изменяется положение сигнально-шумовой смеси одиночной дискретности и белого шума относительно положения белого шума на диаграмме статистической сложности, оценим следующие частные производные:

$$\frac{\delta S}{\delta q}, \quad \frac{\delta C_{TV}}{\delta q} = \frac{\delta(S \cdot D_{TV})}{\delta q} = \frac{\delta S}{\delta q} D_{TV} + \frac{\delta D_{TV}}{\delta q} S.$$

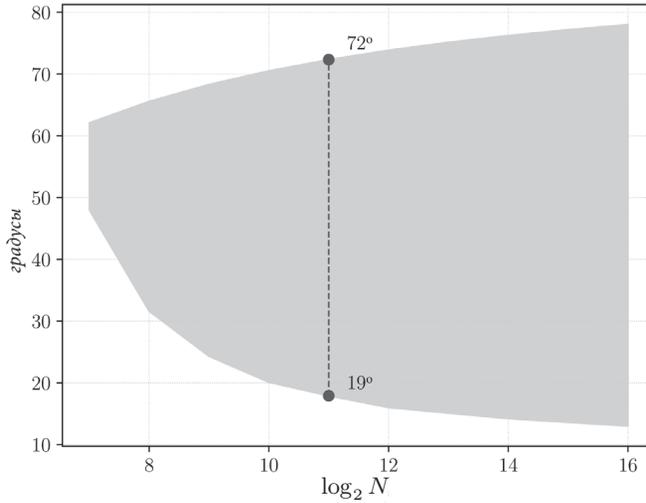


Рис. 4. Углы наклона касательных к $C_{TV}^{(\max)}$ (верхняя граница) и к кривой одиночной дискретности (нижняя граница) в окрестности белого шума в зависимости от $\log_2 N$

Согласно формуле (5) и выражению $S_0 = 1 - \frac{1-\gamma}{\ln N}$ для оценки энтропии белого шума, получаем:

$$\frac{\delta S}{\delta q} = \frac{1 - \gamma - \ln q}{\ln N} - 1.$$

В свою очередь, для статистического дисбаланса согласно [12] справедлива в первом приближении следующая оценка: $D_{TV} = e^{-2}$, в следующем приближении получаем $D_{TV} = e^{-2}(1 + 2(e - 2)q)$.

Тогда тангенс угла наклона касательной к кривой одиночной дискретности в области белого шума равен

$$\frac{\delta C_{TV}/\delta q}{\delta S/\delta q} = \frac{e^{-2} \left(\frac{1-\gamma-\ln q}{\ln N} - 1 + \left(1 - \frac{1-\gamma}{\ln N} \right) (2(e-2)) \right)}{\frac{1-\gamma-\ln q}{\ln N} - 1}. \quad (6)$$

При $N = 2048$, $q = 0,015$ значение тангенса угла наклона касательной приблизительно равно $-0,33$, что составляет примерно -19° .

Итак, для $N = 2048$ получаем оценку угла образованного множеством направлений: $72^\circ - 19^\circ = 53^\circ$. Для сравнения приведем расчеты для $N = 16384$. В этом случае предельные углы для большого количества дискрет и для единичной дискретности равны, соответственно, 76° и 13° . Угол, образованный множеством направлений, при $N = 16384$ равен примерно 63° (см. рис. 4).

§ 4. Заключение

Исследование в статье свойств двух информационных характеристик – статистической (C_{TV}) и спектральной (C_S) сложности – позволили дать теоретические и экспериментальные оценки области значений этих характеристик на диаграммах в зависимости от размера ряда N . Получена оценка угла между максимальной границей области значений статистической сложности C_{TV} (область шумоподобных сигналов) и линейной аппроксимацией области значений смеси одиночной дискретности

и белого шума (в области слабых сигналов). Эта величина, в свою очередь, является качественной оценкой функции C_{TV} для дальнейшей классификации слабых сигналов в условиях белого шума. Анализ диаграмм статистической сложности позволил установить местоположение на них шумов и шумоподобных сигналов.

Полученные результаты позволяют приблизиться к пониманию того, как можно использовать информационные методы в целях решения задач обнаружения и классификации слабых шумоподобных сигналов, наметить пути дальнейших исследований. В дальнейшем планируется детальнее изучить диаграммы статистической и спектральной сложности в целях решения задачи классификации и обнаружения сигналов в условии разного типа шумов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Amigó J.M., Rosso O.A.* Ordinal Methods: Concepts, Applications, New Developments, and Challenges—In Memory of Karsten Keller (1961–2022) // *Chaos*. 2023. V. 33. № 8. P. 080401 (12 pp.). <https://doi.org/10.1063/5.0167263>
2. *Rosso O.A., Larrondo H.A., Martin M.T., Plastino A., Fuentes M.A.* Distinguishing Noise from Chaos // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 99. № 15. P. 154102 (4 pp.). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.154102>
3. *Horie T., Burioka N., Amisaki T., Shimizu E.* Sample Entropy in Electrocardiogram During Atrial Fibrillation // *Yonago Acta Med.* 2018. V. 61. № 1. P. 49–57. <https://doi.org/10.33160/yam.2018.03.007>
4. *Allen R.L., Mills D.W.* Signal Analysis: Time, Frequency, Scale, and Structure. Piscataway, N.J.: IEEE Press, 2004.
5. *Ширяев А.Н.* Вероятностно-статистические методы в теории принятия решений. М.: МЦНМО, 2020.
6. *Mehrotra K.G., Mohan C.K., Huang H.-M.* Anomaly Detection Principles and Algorithms. Cham: Springer, 2017. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-67526-8>
7. *Богданович В.А., Вострецов А.Г.* Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов. М.: Физматлит, 2004.
8. *Babikov V.G., Galyaev A.A.* Information Diagrams and Their Capabilities for Classifying Weak Signals // *Probl. Inf. Transm.* 2024. V. 60. № 2. P. 127–140. <https://doi.org/10.1134/S0032946024020042>
9. *López-Ruiz R.* Shannon Information, LMC Complexity and Renyi Entropies: A Straightforward Approach // *Biophys. Chem.* 2005. V. 115. № 2–3. P. 215–218. <https://doi.org/10.1016/j.bpc.2004.12.035>
10. *Berlin L.M., Galyaev A.A., Lysenko P.V.* Comparison of Information Criteria for Detection of Useful Signals in Noisy Environments // *Sensors*. 2023. V. 23. № 4. Art. 2133 (17 pp.). <https://doi.org/10.3390/s23042133>
11. *Галяев А.А., Лысенко П.В., Берлин Л.М.* Статистическая сложность как критерий задачи обнаружения полезного сигнала // *Автомат. и телемех.* 2023. № 7. С. 121–145. <https://www.mathnet.ru/rus/at16133>
12. *Галяев А.А., Бабиков В.Г., Лысенко П.В., Берлин, Л.М.* Новая спектральная мера сложности и ее возможности по обнаружению сигналов в шуме // *Докл. РАН. Матем., информ., процессы упр.* 2024. Т. 518 (в печати).
13. *Sason I.* On f -Divergences: Integral Representations, Local Behavior, and Inequalities // *Entropy*. 2018. V. 20. № 5. Art. 383 (32 pp.). <https://doi.org/10.3390/e20050383>

Бабиков Владимир Георгиевич
Галяев Андрей Алексеевич
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва
babikov@ipu.ru
galyaev@ipu.ru

Поступила в редакцию
17.07.2024
После доработки
16.09.2024
Принята к публикации
18.09.2024