

УДК 519.21 : 519.72 : 512.75 : 519.1

© 2024 г. М.Л. Бланк

О ЗАСЕДАНИЯХ ДОБРУШИНСКОГО СЕМИНАРА В 2024 Г. (ЧАСТЬ 1)

Добрушинский семинар посвящен основным направлениям, которые развиваются в Добрушинской математической лаборатории ИППИ РАН: стохастической и детерминированной динамики больших систем, теории информации и теории кодирования, алгебраической геометрии и теории чисел, комбинаторным и вероятностным аспектам теории представлений. Представлена общая информация о семинаре, а также подробная информация о заседаниях семинара, прошедших с начала 2024 г.

Ключевые слова: Добрушинский семинар, математика, динамика больших систем, теория информации, теория кодирования, алгебраическая геометрия, теория чисел.

DOI: 10.31857/S0555292324020050, **EDN:** JGBKRF

Общие сведения о семинаре

Семинар ранее проходил в ИППИ РАН, а начиная с сентября проходит в рамках Высшей школы современной математики (ВШМ) МФТИ, по вторникам с 16:15 до 18:00, МФТИ, радиотехнический корпус, РТ113.

Руководитель семинара и заведующий Добрушинской лабораторией профессор Михаил Львович Бланк.

Семинар посвящен основным направлениям, которые развиваются в Добрушинской математической лаборатории:

- стохастическая и детерминированная динамика больших систем;
- теория информации и кодирования;
- алгебраическая геометрия и теория чисел;
- комбинаторные и вероятностные аспекты теории представлений.

На семинаре с докладами выступают как сотрудники лаборатории, так и приглашенные докладчики.

Семинар открыт для достаточно широкого круга математических вопросов в соответствии с научными интересами участников семинара. Желая выступить на семинаре, пожалуйста, обращайтесь к М.Л. Бланку (mlblank@gmail.com).

Сайты: <http://iitp.ru/ru/userpages/74/285.htm>, https://www.mathnet.ru/php/conference.phtml?option_lang=rus&eventID=17&confid=167

Заседание 16 января 2024 г. (онлайн)

Тема семинара: Параболические уравнения и диффузионные процессы с вырождением: краевые задачи, метастабильность и гомогенизация.

Докладчик: Л.Б. Коралов, Университет Мэриленда, США.

Аннотация: В вероятностных терминах мы описываем метастабильное поведение для процессов со случайными возмущениями, имеющих инвариантные точки или поверхности. В терминах уравнений с частными производными задачи касаются асимптотического поведения решений параболических уравнений, коэффициенты которых вырождаются на границе области. Оператор можно регуляризовать, добавляя малый диффузионный член. В этом случае возникают эффекты метастабильности: асимптотика решений при стремлении размера возмущения к нулю зависит от масштаба времени. Рассматриваются начально-краевые задачи с граничными условиями Дирихле и Неймана. Также рассматривается периодическая гомогенизация для операторов с вырождением. Доклад основан на совместной работе с М. Фрейдлиным.

Заседание 6 февраля 2024 г.

Тема семинара: О распределенных методах решения вариационных неравенств.

Докладчик: А.Н. Безносиков, Московский физико-технический институт (государственный университет), г. Долгопрудный, Московская обл.

Аннотация: В докладе будут рассмотрены распределенные методы решения задач оптимизации, а именно, вариационных неравенств, которые интересны как сами по себе, так и тем, что они включают в себя и классические задачи минимизации, и задачи поиска седловой точки (минимакс). В распределенной постановке целевой оператор вариационного неравенства делится на части, к каждой из которых имеет доступ только свой локальный вычислитель. Будет изучен случай, когда локальные операторы в некотором смысле “похожи”. За счет этого удастся добиться значительного улучшения оценок сходимости с точки зрения коммуникационной сложности. Мы оценим также нижние оценки сложности и убедимся в оптимальности предлагаемых методов. В оставшееся время обсудим как можно “пробить” нижние оценки и сконструировать еще более быстрый метод. В частности, мы введем возможность сжатия передаваемой информации и получим верхние и нижние оценки в этой постановке.

Заседание 13 февраля 2024 г.

Тема семинара: Разбиения плоскости, пьедесталы, библиотеки Цетлина, тасующие разбиения, леворегулярные идемпотентные полугруппы и чудо целочисленных собственных чисел.

Докладчик: С.Б. Шлосман, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук, г. Москва.

Аннотация: Речь пойдет о классе матриц с полиномиальными элементами, имеющих полиномиальные собственные значения. Это совместная работа с Ричардом Кеньоном, Максимом Концевичем, Олегом Огиевецким, Космином Похоатой и Уиллом Савином.

Заседание 20 февраля 2024 г.

Тема семинара: Стохастические системы частиц и модели Маккина–Власова: теория и приложения.

Докладчик: Жан-Франсуа Жабир, Высшая школа экономики, г. Москва.

Аннотация: Модели Маккина–Власова задают класс стохастических эволюционных уравнений, возникающих из вероятностной интерпретации нелинейных физических и биологических систем и из асимптотики больших популяций систем частиц в условиях взаимодействия типа среднего поля. Теоретический и практический интерес к моделям Маккина–Власова, первоначально появившимся в шестидесятых

годах, значительно возрос за последние пятнадцать лет в связи с расширением связей между этими моделями и экономической и социальной динамикой популяций, задачами теории игр и управления, а также моделированием эффективных методов машинного обучения. Этот доклад будет посвящен изложению основ моделей Макакина – Власова с теоретической и практической точек зрения, а также обсуждению последних тенденций, связанных с этими моделями.

Заседание 5 марта 2024 г.

Тема семинара: Усреднение нелокальных параболических уравнений сверточного типа в периодических средах со случайными по времени характеристиками.

Докладчик: А.Л. Пятницкий, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук, г. Москва.

Аннотация: В докладе будет рассказано об усреднении параболической задачи для нелокального уравнения сверточного типа с коэффициентами, имеющими периодическую микроструктуру, причем характеристиками этой микроструктуры служат случайные стационарные процессы. Будет показано, что усреднение справедливо в движущихся координатах. В случае, когда коэффициенты обладают хорошими свойствами перемешивания, предельная динамика описывается стохастическим уравнением с частными производными.

Заседание 12 марта 2024 г.

Тема семинара: Случайны ли квадратичные вычеты и простые числа?

Докладчик: М.Л. Бланк, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук, г. Москва.

Аннотация: Апелляции к случайности в различных теоретико-числовых конструкциях регулярно встречаются в современных научных публикациях. Достаточно упомянуть такие известные имена, как В.И. Арнольд, М.Кац и Т. Тао. К сожалению, все это сводится к различным, хотя зачастую весьма нетривиальным и изыскным эвристикам. Я опишу новый аналитический подход к решению этого вопроса. В качестве приложения, будет дан ожидаемый положительный ответ на вопрос о случайности квадратичных вычетов и неожиданный отрицательный ответ в случае простых чисел. Технически предлагаемый подход основан на принципиально новой конструкции энтропии динамической системы, занимающей промежуточное положение между классической метрической энтропией Колмогорова – Синая и топологической энтропией. Все необходимые определения будут даны в ходе доклада.

Заседание 19 марта 2024 г.

Тема семинара: Случайные возмущения интегрируемых систем с приложениями к зашумленным цепочкам осцилляторов.

Докладчик: С.Б. Куксин, Математический центр мирового уровня “Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук” (МЦМУ МИАН); Институт математики Жюссье – Париж Рив Гош, Париж, Франция; Российский университет дружбы народов, г. Москва

Аннотация: Я буду обсуждать стохастические ε -возмущения интегрируемых гамильтоновых систем в $\mathbb{R}^{2n}$. Будет показано, что, во-первых, на интервалах времени порядка $1/\varepsilon$ действия решений возмущенных уравнений близки к действиям решений специально построенных эффективных стохастических уравнений, не зависящих от ε . Во-вторых, если эффективное уравнение является перемешивающим, то аппроксимация действий решений возмущенного уравнений, обеспечиваемая этим

уравнением, равномерна по времени. Все налагаемые ограничения допускают простые достаточные условия. Будут обсуждены приложения полученных результатов к изучению поведения стохастически возмущенных цепочек нелинейных осцилляторов.

Заседание 9 апреля 2024 г.

Тема семинара: О слабой сходимости квазибезгранично делимых распределений.

Докладчик: А.А. Хартов, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук, г. Москва.

Аннотация: Рассматривается новый класс так называемых квазибесконечно делимых законов, являющийся богатым естественным расширением известного класса бесконечно делимых законов с помощью представлений Леви – Хинчина. Нас интересуют критерии слабой сходимости внутри этого класса. При достаточно естественных предположениях мы формулируем утверждения, связывающие слабую сходимость квазибесконечно делимых функций распределения с одним специальным типом сходимости их спектральных функций Леви – Хинчина. Эта последняя сходимость не эквивалентна слабой сходимости. Таким образом, мы дополняем известные результаты Линднера, Пана и Сато (2018) в этой области.

Заседание 14 мая 2024 г.

Тема семинара: Информационная геометрия и фазовый переход синхронизации в модели Курамото.

Докладчик: А. Александров, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук, г. Москва.

Аннотация: Модель Курамото является простейшей моделью, описывающей явление синхронизации. Мы обсуждаем переход синхронизации в модели, заданной на полном графе, и показываем, что этот переход может быть описан в терминах так называемой информационной геометрии. Это описание позволяет связать между собой известные результаты, полученные для непрерывного предела модели и результаты, связанные с наличием интегралов движения в модели с конечным числом степеней свободы.

Заседание 28 мая 2024 г.

Тема семинара: Распределение расстояний и границы оптимальных сферических конфигураций.

Докладчик: О.Р. Мусин, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук, г. Москва.

Аннотация: В этом докладе будет представлено новое расширение известных верхних границ полуопределенного и линейного программирования для сферических кодов и рассмотрена версия этой границы для дистанционных графов. Будет показано, что этот метод может работать эффективно. В частности, было получено более короткое решение проблемы контактных чисел в размерности 4. Я рассмотрю некоторые подходы к решению двух старых открытых проблем в размерности 4: единственности оптимальной контактной конфигурации и гипотезе о плотнейшей сферической упаковке. В недавнем (29 апреля 2024) препринте де Лаата, Лейенхорста и де Муинк Кейзера было заявлено о решении проблемы единственности. Мы также обсудим их подход.

Заседание 11 июня 2024 г.

Тема семинара: Совместный спектральный радиус, разложения Фибоначчи и запрещенные слова.

Докладчик: А.А. Владимиров, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук, г. Москва.

Аннотация: Будет дан обзор теории обобщенного (совместного) спектрального радиуса для наборов действительных или комплексных квадратных матриц и обсуждены недавние приложения этой теории в теоретико-числовых задачах. Я также расскажу свой результат о невозможности достижения строгого максимума спектрального радиуса на некоторых произведениях пары (2×2) -матриц.

Заседание 17 сентября 2024 г.

Тема семинара: Наследование свойства отслеживания в динамических полугруппах.

Докладчик: М.Л. Бланк, Московский физико-технический институт (государственный университет), г. Долгопрудный, Московская обл.; Высшая школа экономики, г. Москва

Аннотация: Проблема отслеживания псевдо-траекторий (траекторий системы под действием слабых возмущений) связана с классическими результатами Д.В. Аносова о робастности равномерно гиперболических систем. Основная трудность здесь состоит в анализе бесконечно многих (по времени) возмущений системы. Я расскажу о новом подходе к концепции отслеживания, позволяющем преодолеть эту трудность и драматически расширить применимость теории отслеживания, в частности, к динамическим полугруппам и более общим типам возмущений (например, гауссовым). Все необходимые математические сведения будут обсуждены по ходу дела, при этом мы постараемся пройти весь путь от элементарных постановок до еще нерешенных задач.

Заседание 24 сентября 2024 г.

Тема семинара: Какая часть корней системы случайных полиномов вещественна?

Докладчик: Б.Я. Казарновский, Московский физико-технический институт (государственный университет), г. Долгопрудный, Московская обл.

Аннотация: Какова вероятность вещественности корня многочлена степени n с вещественными коэффициентами? Ответ М. Каца (1942): асимптотически $2/\pi \log(n)/n$. Многочлен Лорана, вещественный на единичной окружности, назовем вещественным, как и его корни на этой окружности. Оказывается, что вероятность вещественности корня многочлена Лорана растущей степени стремится не к нулю, а к $1/\sqrt{3}$. Т.е. предел $> 1/2$! Верно, что феномен асимптотической конечности доли вещественных корней сохраняется для систем многочленов Лорана многих переменных, а также для многочленов на произвольной компактной группе Ли. В частности, корни многочленов на группе матриц сваливаются на унитарную подгруппу. В случае многочленов Лорана от n переменных, соответствующая компактная группа есть n -мерный тор. Асимптотика доли вещественных корней вычисляется через смешанные объемы некоторых выпуклых компактных множеств, определяющих рост системы полиномов. Формулировки теорем элементарны и будут приведены полностью. Будет также приведено “объяснение” доказательств. Они основаны на применении двух результатов о числе корней систем уравнений. Это версии теоремы БКК (Бернштейна – Кушниренко – Хованского) о числе корней полиномиальной системы уравнений для соответственно гладких функций и для полиномов на комплексной линейной группе.

Заседание 1 октября 2024 г.

Тема семинара: Обобщенный спектральный радиус – откуда взялся и зачем нужен.

Докладчик: В.С. Козякин, Московский физико-технический институт (государственный университет), г. Долгопрудный, Московская обл.

Аннотация: Одним из наиболее распространенных способов решения векторного линейного уравнения $x = Ax + f$ является метод простых итераций, суть которого в нахождении решения путем последовательных приближений $x(n+1) = Ax(n) + f$. Распространен также другой способ решения исходного уравнения – так называемый метод Гаусса–Зейделя, который может быть представлен как поочередное вычисление итераций либо по формуле $x(n+1) = Bx(n) + f$, либо по формуле $x(n+1) = Cx(n) + f$, где B и C – специальным образом сконструированные по A более простые матрицы “построчного пересчета”. Возникает вопрос, что случится, если в методе Гаусса–Зейделя матрицы B и C начнут применяться не поочередно, а в произвольном порядке? Этот вопрос далеко не искусственный, и имеется множество примеров “реальных” задач, приводящих к нему, – распараллеливание вычислений, системы управления с асинхронным обменом данными, поведение систем коллективного поведения, проблема гладкости вейвлетов, теория арбитражных операций валютного рынка и т.д. Переход от итерационных процедур с одной матрицей к процедурам с несколькими матрицами, применяемыми в произвольном порядке, мгновенно делает практически бесполезной всю технику классической линейной алгебры и переводит задачу из алгоритмически и вычислительно простой в разряд “супертрудных”, основные методы решения которой в настоящее время ассоциируются с так называемой теорией обобщенного или совместного спектрального радиуса наборов матриц. В докладе будут представлены начальные постановки и определения соответствующей теории, будет дано объяснение алгебраической неразрешимости и NP-сложности вычисления обобщенного спектрального радиуса, будет сформулирована “неконструктивная” теорема о так называемых “нормах Барабанова”, до сих пор вопреки своей неконструктивности являющаяся одним из немногих работающих инструментов данной теории.

Бланк Михаил Львович

Высшая школа современной математики МФТИ, Москва

Национальный исследовательский университет

“Высшая школа экономики”, Москва

mlblank@gmail.com